III. Práca a energia - základná terminológia

KPHV FVT TUKE

Motivácia:

Stojíme pred veľkou, nedokončenou pyramídou. Pri nohách nám leží jeden veľký masívny blok, ktorý je potrebný k dokončeniu pyramídy. Treba ho umiestniť na vrchol pyramídy, kde vedie dlhá drevená rampa. Ako spolu súvisia termíny: práca, hmotnosť, energia a výkon v tejto úlohe a čo znamenajú?

Pozn. Vysvetlenie na konci prezentácie.

KPHV

Práca

KPHV FVT TUKE

Práca (mechanická práca) W (z angl. work) je skalárna fyzikálna veličina, ktorá vyjadruje mieru dráhového učinku pôsobiacej sily.

Prácu koná:

- sila, keď premiestňuje teleso (hmotný bod) po trajektórii (z miesta s polohovým vektorom $\vec{r_1}$ na miesto s polohovým vektorom $\vec{r_2}$),
- teleso (hmotný bod), ktoré pôsobí na iné teleso resp. hmotný bod (keďže sila je mierou interakcie hmotných objektov).

Elementárna práca ΔW sily $\vec{F}$ je definovaná ako skalárny súčin pôsobiacej sily $\vec{F}$ a elementárneho posunutia $\Delta\vec{r}$ ($\Delta\vec{r} = |\vec{r}| = \vec{r_2} - \vec{r_1}$).

$$\Delta W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha$$

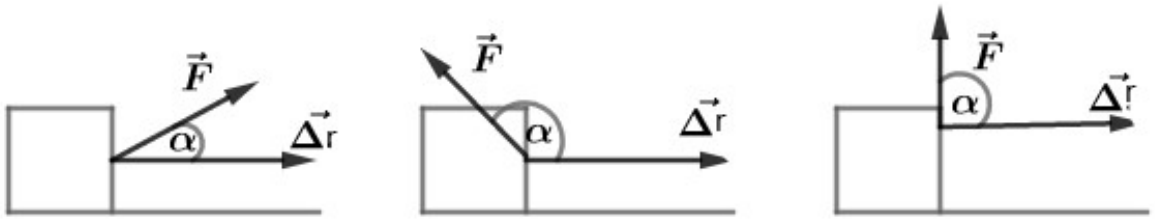
$$[W] = [F] \cdot [r] = 1N \cdot 1m = kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} = 1J$$

Joule je práca, ktorú koná sila 1 Newton pôsobiaca v smere posunutia po dráhe 1 meter.

KPHV FVT TUKE

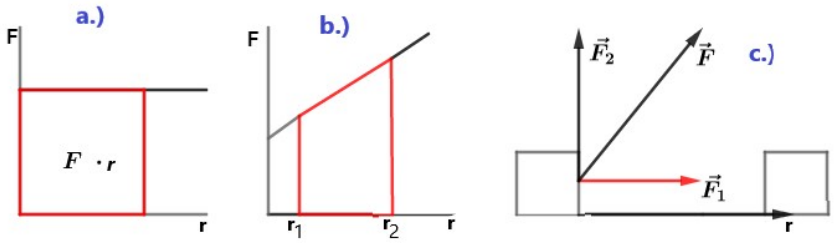
Ďalšie jednotky pre fyzikálnu veličinu práca sú:

$1eV = 1,602 \cdot 10^{-19} J$ (elektrónvolt, atómová a jadrová fyzika)
$1kWh = 3,6 \cdot 10^{6} J$ (kilowatthodina, elektrotechnika)



- ak $\alpha < \frac{\pi}{2}$, *sila koná prácu*
- ak $\alpha > \frac{\pi}{2}$, *sila prácu spotrebuje*
- ak $\alpha = \frac{\pi}{2}$, *práca je nulová*

KPHV FT TUKE



a.) Ak trajektória je časť priamky a sila je konštantná (má smer vektora posunutia), tak platí:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{r} = F \cdot r \cdot \cos\alpha = F \cdot r \cdot \cos 0 = F \cdot r$$

b.) Ak trajektória je časť priamky a veľkosť sily sa mení, tak práca je určená obsahom útvaru pod grafom sily (určitý integrál) a platí:

$$W = \int_{r_1}^{r_2} F \, \mathrm{d}r$$

c.) Ak trajektória je časť priamky a sila je konštantná a zviera s vektorom posunutia uhol α, tak prácu koná len zložka sily v smere vektora posunutia a platí:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{r} = F \cdot r \cdot \cos\alpha$$

KPHV FVT TUKE

$$W = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$$

$$W = \int_{r_1}^{r_2} F \, \mathrm{d}r \cos\alpha$$

$$W = \int_{r_1}^{r_2} F \cos\alpha \, \mathrm{d}r$$

$$W = F \cos\alpha \int_{r_1}^{r_2} \mathrm{d}r = F \cos\alpha \left[r_2 - r_1\right] = F \cos\alpha r$$

$$W = Fr \cos\alpha$$

KPHV FVT TUKE

Energia

KPHV FVT TUKE

Energia E (z angl. energy) je skalárna stavová (charakterizuje stav objektu resp. deja) fyzikálna veličina, ktorej zmenu ΔE môžeme určiť prácou W vykonanou sústavou alebo okolím. Vyjadruje do akej miery môže objekt (hmotný bod) pôsobiť silou na iný objekt (hmotný bod) a posúvať ho po určitej dráhe. Teda platí:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = W.$$

Energia sústavy sa:

- zväčšuje, ak prácu koná okolie,
- zmenšuje, ak prácu koná sústava.

$$[E] = [W] = N \cdot m = kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} = 1J$$

KPHV FVT TUKE

Mechanická energia E sa mení pri mechanických dejoch a charakterizuje mechanický stav sústavy (poloha a rýchlosť všetkých častíc sústavy).

Mechanická energia, ktorá závisi:

- od rýchlosti sa nazýva kinetická (pohybová) energia E_k,
- od polohy sa nazýva potenciálna (polohová) energia E_p.

KPHV FVT TUKE

Kinetická energia hmotného bodu

Uvažujme hmotný bod s hmotnosťou m, ktorý je v pokoji vzhľadom na inerciálnu vzťažnú sústavu. Ak na hmotný bod začne pôsobiť sila $\vec{F}$, tak hmotný bod bude konať (prácu) rovnomerne zrýchlený priamočiary pohyb .

$$W = \vec{F} \cdot \vec{r} = Fr\cos\alpha = Fr = (ma)\left(\frac{1}{2}at^2\right) = \frac{1}{2}m(at)^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

Práca vyjadruje zmenu kinetickej energie hmotného bodu pôsobením sily $\vec{F}$ a platí:

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

Kinetická energia môže byť rôzna v rôznych vzťažných sústavach a platí $E_k \geq 0$. V opačnom prípade, ide o úbytok kinetickej energie, t.j. hmotný bod koná prácu na úkor pôsobiacich síl.

KPHV FVT TUKE

$$W = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$$

$$W = \int_{r_1}^{r_2} m\vec{a} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$$

$$W = \int_{r_1}^{r_2} m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$$

$$W = \int_{v_1}^{v_2} m\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} \cdot \mathrm{d}\vec{v}$$

$$W = \int_{v_1}^{v_2} m\vec{v} \cdot \mathrm{d}\vec{v}$$

$$W = \int_{v_1}^{v_2} mv\,\mathrm{d}v = m\left[\frac{v^2}{2}\right]_{v_1}^{v_2} = \frac{1}{2}m{v_2}^2 - \frac{1}{2}m{v_1}^2 = E_{k2} - E_{k1} = \Delta E_k$$

KPHV FVT TUKE

Tiažová potenciálna energia

Uvažujme hmotný bod s hmotnosťou m na povrchu Zeme. Ak sa hmotný bod premiestni do výšky h, zmení sa jeho poloha vzhľadom na Zem. Pri premiestnení bude vykonaná práca:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{r} = (m\vec{g}) \cdot \vec{r} \text{ Nech } r = h.$$

$$W = mgh$$

Práca W vyjadruje zmenu potenciálnej energie a platí:

$$\Delta E_p = mgh$$

Veľkosť tiažovej potenciálnej energie závisi od voľby hladiny nulovej potenciálnej energie (zvolená referenčná hladina). Potenciálna energia môže byť kladná (ak premiestniem hmotný bod proti smeru pôsobenia gravitačnej resp. tiažovej sily $\vec{F_G}$), záporná (ak premiestniem hmotný v smere pôsobenia gravitačnej resp. tiažovej sily $\vec{F_G}$) aj nulová (ak hmotný bod ostane na zvolenej referenčnej hladine potenciálnej energie).

KPHV FVT TUKE

$$W = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$$

$$W = \int_{r_1}^{r_2} (m\vec{g}) \cdot \mathrm{d}\vec{r}$$

$$\text{Nech } r = h$$

$$W = \int_{h_1}^{h_2} (m\vec{g}\,) \cdot \mathrm{d}\vec{h}$$

$$W = \int_{h_1}^{h_2} mg\,\mathrm{d}h = mg\,[h]_{h_1}^{h_2} = mgh_2 - mgh_1 = E_{p2} - E_{p1} = \Delta E_p$$

KRHV FVT TUKE

Potenciálna energia pružnosti

Pri predĺžení pružiny vzniká sila pružnosti, ktorej veľkosť je priamo úmerna predĺženiu l (po isté predĺženie), k je tuhosť pružiny a platí:

$$\vec{F_{pruz}} = k\vec{l}$$

Predĺžením pružiny sa zmenia vzájomné polohy častíc pružiny, preto sa zmení aj jej energia, ktorá súvisí so zmenou polohy častíc a nazýva sa potenciálna energia pružnosti.

Ak chceme pružinu predĺžiť o Δl, musí na pružinu pôsobiť vonkajšia sila $\vec{F} = -\vec{F_p}$, ktorá vykonáva prácu $W = \frac{1}{2}k(\Delta l)^2$.

Táto práca vyjadruje zmenu potenciálnej energie pružnosti a platí:

$$\Delta E_{pruz} = \frac{1}{2}k(\Delta l)^2$$

Pozn. Pozri príklady na výpočet energie v tejto prezentácii.

KPHV FVT TUKE

Zákon zachovania energie

Energia sústavy je súčet všetkých foriem energie všetkých hmotných objektov, ktoré patria do sústavy. Mení sa pri interakcii sústavy s okolím.

Pri dejoch v izolovanej sústave sa mení jedna forma energie na druhú, ale celková energia je stála. Toto vyjadruje zákon zachovania energie.

Zákon zachovania energie:

Celková energia izolovanej sústavy (práca vonkajších síl je rovná nule) je konštantná (nemení sa s časom).

$$E_k + E_p = kont.$$

KF FEVT TUKE

Výkon

KPHV FVT TUKE

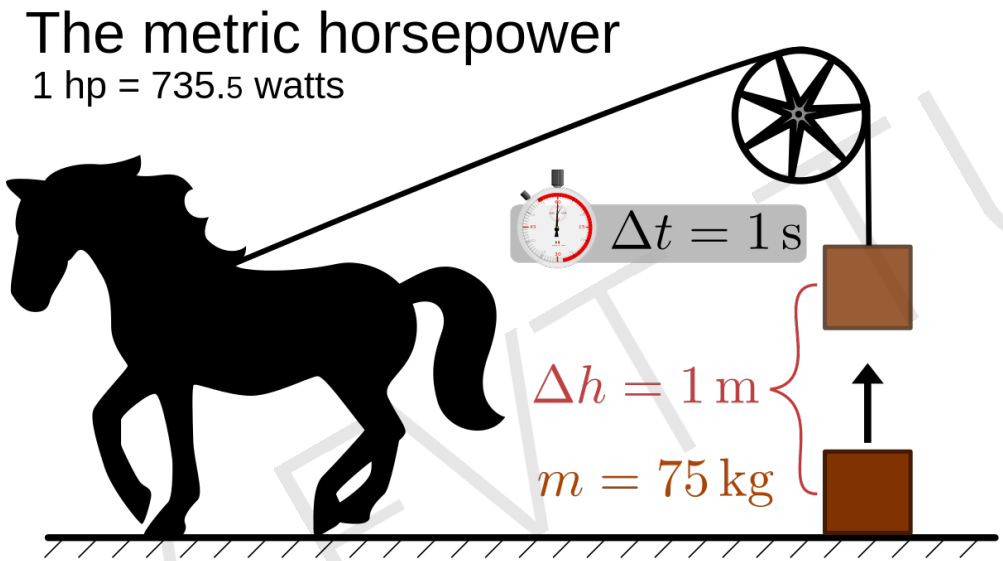
Extrémne výkonný športový automobil na základe pomeru výkonu a hmotnosti:

výkon: $1\,000 kW$ (1 360 koní), hmotnosť: $1\,360 kg$

rýchlosť: viac než $440 km/h$, zrýchlenie: na $100 km/h$ za $2,8$ s

cena: $1\,032\,000 EUR$

KPHV TUKE



Koňská sila = horsepower (hp)

$1\,hp = 745,7\,W$ mechanický kôň

$1\,hp = 735,5\,W$ metrický kôň

KPHV FVT TUKE

Výkon P je skalárna veličina, ktorá charakterizuje rýchlosť konania práce za jednotku času.

Priemerný výkon

$$P_p = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

Okamžitý výkon

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$$

$$[P] = \frac{[\Delta W]}{[\Delta t]} = \frac{1J}{1s} = \frac{kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}}{1s} = 1W$$

Watt je výkon, pri ktorom sa vykonáva práca 1 joule za 1 sekundu.

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = Fv \cos \alpha$$

KPHV

Ak sústave za dobu Δt dodáme energiu E a sústava vykoná prácu W, tak

$$P_0 = \frac{E}{\Delta t}$$

sa nazýva príkon.

Účinnosť sústavy je podiel výkonu a príkonu a platí:

$$\eta = \frac{P}{P_0} = \frac{\frac{W}{\Delta t}}{\frac{E}{\Delta t}}$$

Účinnosť sa často vyjadruje v tvare:

$$\eta = \frac{P}{P_0} 100\%$$

KPHV FVT TUKE

Riešenie problému z časti Motivácia:

Práca je akcia. Je to použitie energie ku splneniu úlohy, t.j. presunutie veľkého masívneho bloku po drevenej rample na vrchol pyramídy.

Hmotnosť je odpor, ktorý kladie objekt (masívny blok), keď ním chceme pohnúť (presunúť ho).

Energia je to, čo je potrebné ku konaniu práce (presunutiu bloku na vrchol pyramídy). Môžeme ju prirovnať k peniazom, ktoré musíme zaplatiť, aby bola nejaká úloha splnená.

Výkon udáva ako rýchle môžeme splniť úlohu (presunúť blok na vrchol pyramídy).

KRHV FVT TUKE